

第2章 片持ち梁

2-1 曲げモーメントとは何か？

(1) 第1章では、ドームや橋など大規模な構造物に用いられるトラス構造について学んだ。第2章からは、住宅、オフィスビルなど普通の建物で用いられる「梁」について学ぶ。梁とは、図2.1.1(a)のように、屋根や床を支える水平材である。特に、ベランダを支える梁のように、建物から突き出した梁を「片持ち梁」という。実際の片持ち梁ではそれを支える柱も多少たわむが、ここでは図2.1.1(b)のように頑丈な壁の中に埋め込まれた片持ち梁をイメージすることにする。本章では、このような梁がどのように曲がるのか、そして、どのくらいの強度があるかといった問題について考える。

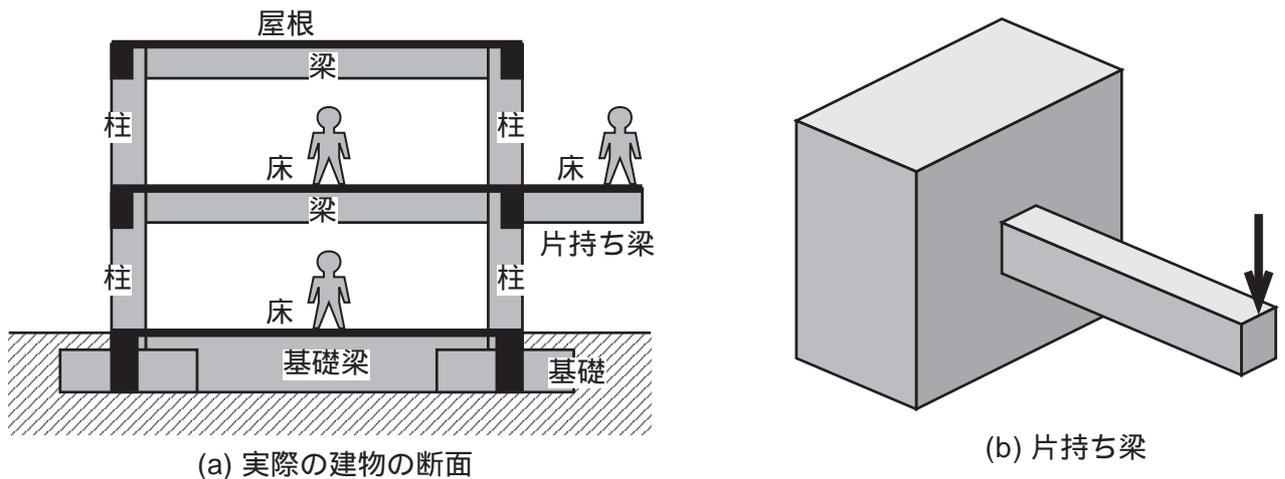


図 2.1.1 片持ち梁

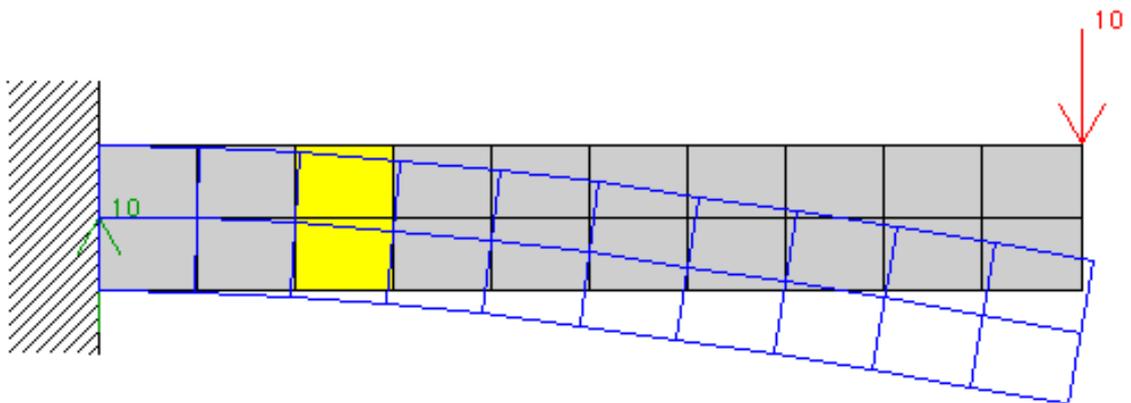


図 2.1.2 「梁の曲げ試験」初期画面

(2) アドレス<http://archi2.ace.nitech.ac.jp/ichi2/> に接続し、「構造力学入門」のボタンを押す。さらに、「梁の曲げ試験」のボタンを押すと図2.1.2のような画面が現れる。図がたくさんあるが、まずは左上の図のみ注目されたい。梁の右端には10 Nの荷重が加わり、梁は下向きに曲がっている。なお、梁の根っこの10 Nの矢印は梁が壁から受ける反力であって、今の段階では気にしなくてよろしい。

(3) 画面右下の荷重バーを左に動かして、荷重を -10 に変更してみよう。梁は上向きに変形するはずである（図 2.1.3）。

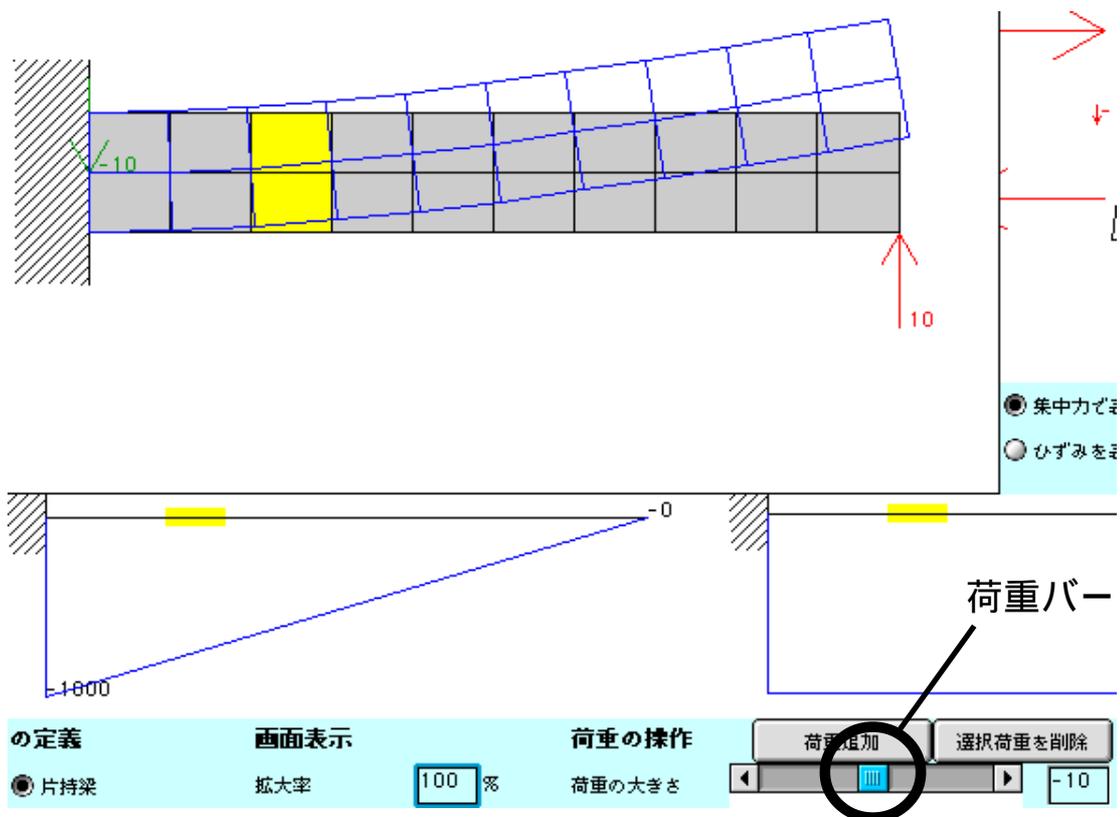


図 2.1.3 「荷重」の数字を -10 に変更

(4) 上向きの荷重が加われば梁が上にたわむのは当たり前と思うかもしれない。それでは、図 2.1.4 のような荷重^{*1}を受けると梁はどのように変形するだろうか？ まず、当てずっぽうで、a ~ d より選んでみよう（たぶん、b または c を選ぶ人が多いと思う）。また、これをホームページで調べるために、次のような操作を行ってみよう。

*1 ベランダに子供が乗ったまま下から突風が吹いた状態とでも考えていただく。

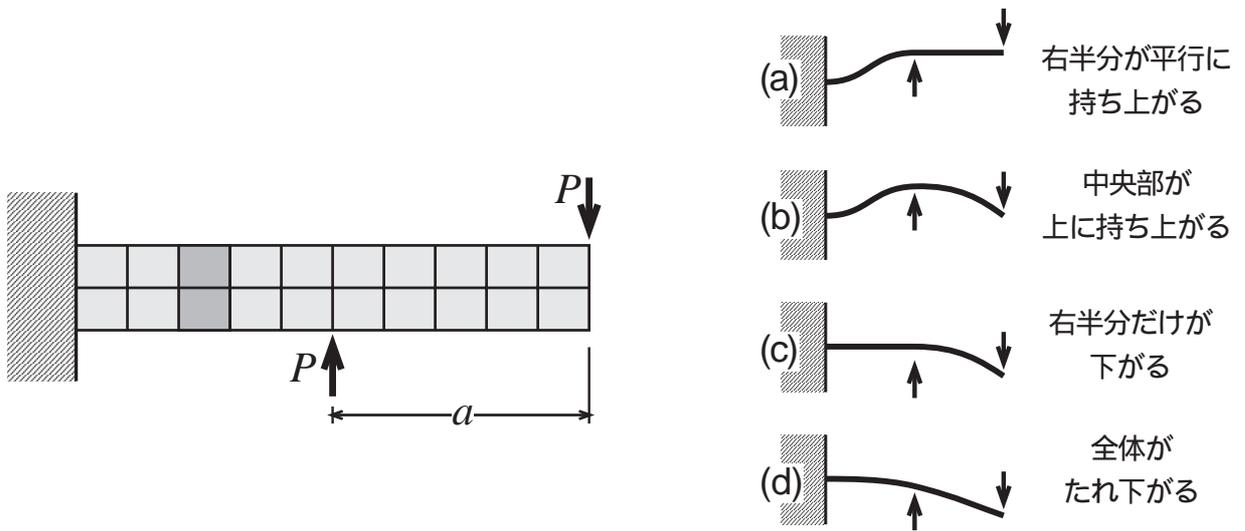


図 2.1.4 2つの荷重を受ける片持ち梁

- 1) 画面右下の「荷重追加」ボタンを押す。図 2.1.5 のように、上下の荷重がキャンセルして変形はゼロになる。
- 2) 下の荷重を表す矢印にカーソルを合わせ図 2.1.6 のように中央までドラッグする。

意外なことに正解は d , すなわち梁が全体に下へたわむという結果になった。

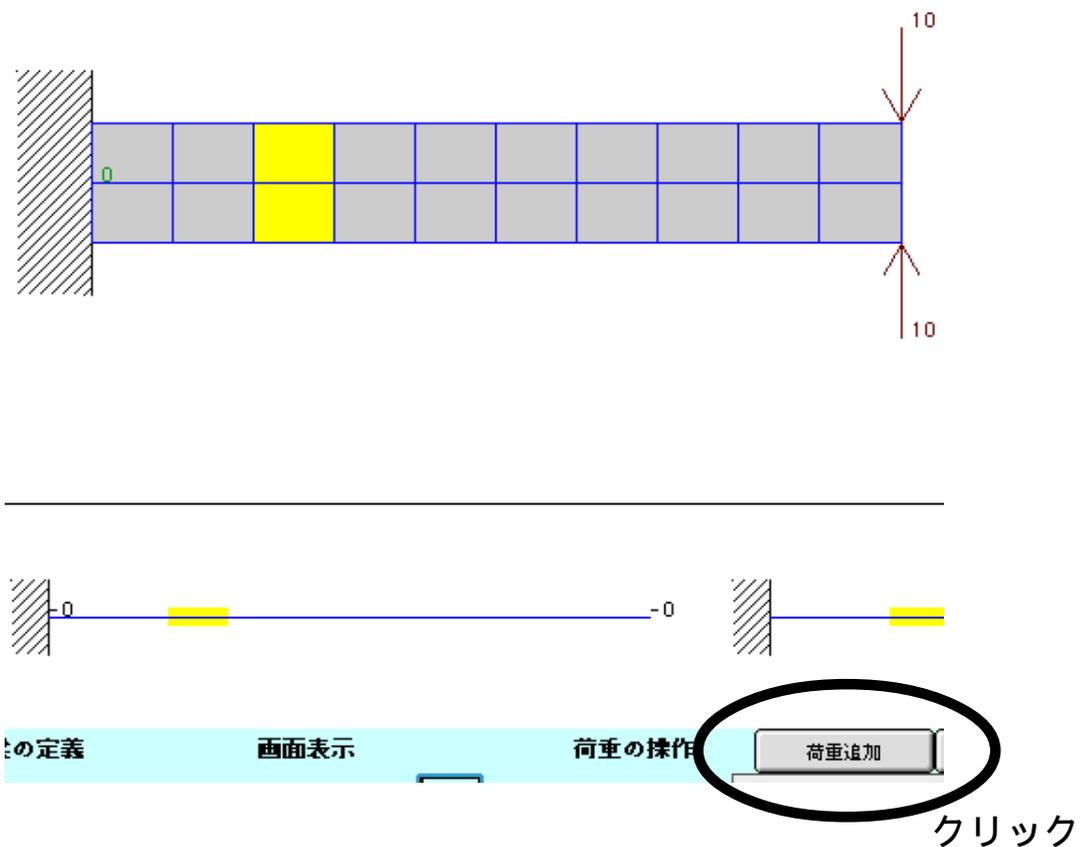


図 2.1.5 「荷重追加」ボタンを押す

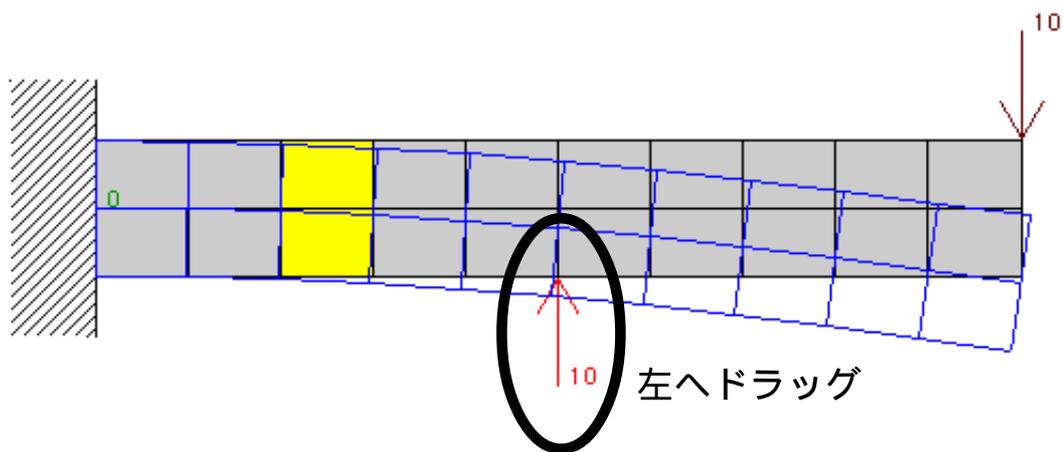


図 2.1.6 下の荷重を中央に移動

(5) 変形の状態をより詳しく見るため「変形の倍率」バーを右端まで動かして倍率を800とし、さらに「Zoom In」ボタンを押してみよう。黄色で示した領域は、図2.1.7のように、回転しながら下へ移動するとともに、梁の上部が伸び、下部が縮むという変形をしていることがわかる。「Zoom Out」し、倍率を200

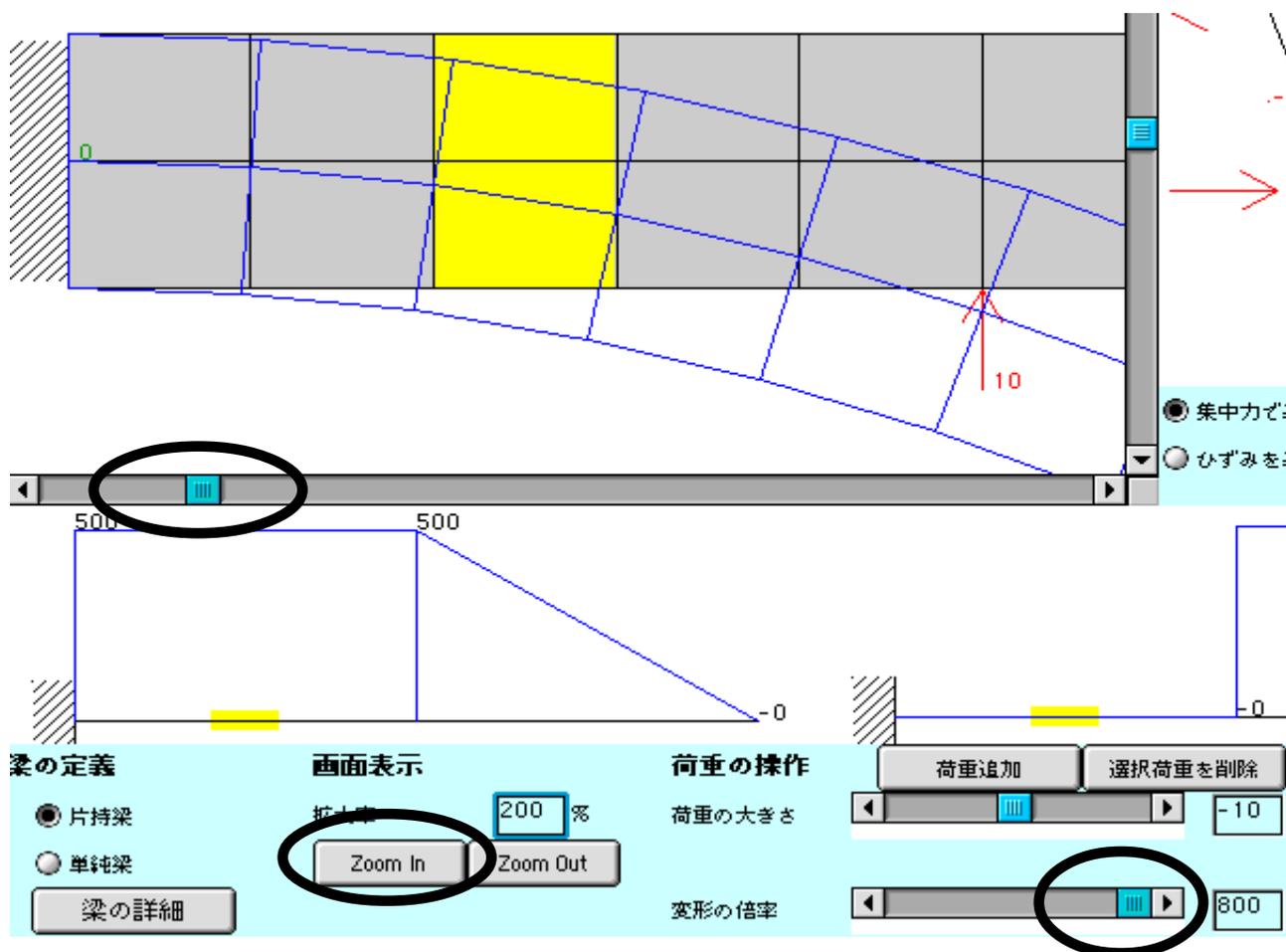
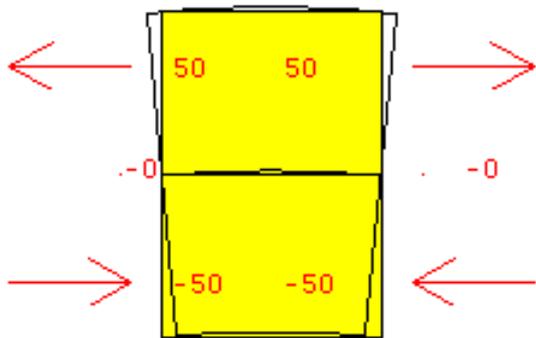


図 2.1.7 変形倍率を800としZoom In

に戻してから画面右上の図に注目されたい(図2.1.8)。ここでは,黄色で示した領域の変形を鮮明にするため,回転と移動を戻した状態を表している。なお,この画面では変形の倍率を主画面の10倍にしている。



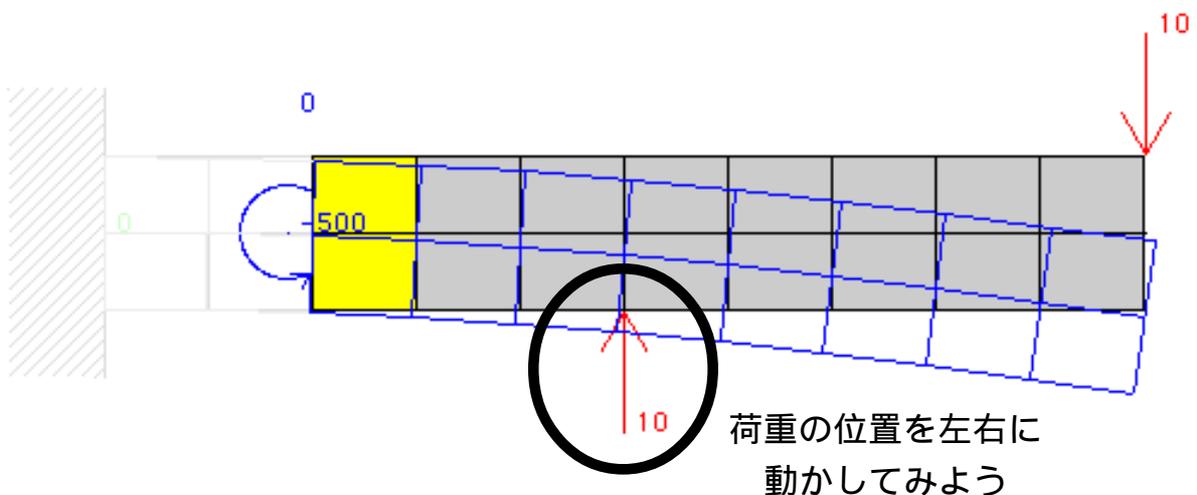
- 集中力で表示
- 応力で表示
- ひずみを表示

図 2.1.8 黄色領域の変形状態

(6) ではなぜ梁の上部が伸び下部が縮むのであろうか? このことを考えるため,画面右下の「切断された梁」ボタンを押してみよう。図2.1.9のような画面になる。これは,図2.1.10(a)破線のように黄色領域の左側で梁を仮想的に切断したイメージである。すると,外力だけでは図2.1.10(b)のように切断部分が右回りに回転してしまう。回転を止めるためには,図2.1.9(c)のように切断面に左回りの作用Mが働かなくてはならない。これを「曲げモーメント」という。その大きさは,第1章トラスで学んだように,

$$M = P \cdot a \quad (2.1.1)$$

である。このソフトでは横1マスを10 mm



- 通常の梁
- 切断された梁

図 2.1.9 梁を切断した画面

に設定しているため、図2.1.9の状態では $a = 50 \text{ mm}$ となる荷重の位置を移動させて、曲げモーメントが変化することを確認されたい。

では「曲げモーメント」の実態は何かというと、図2.1.10(d)のような引張力 (tension) T と圧縮力 (compression) C のペアなのである。水平方向の釣り合いより、 $T = C$ が成立する。また、 T と C の距離を j とすると、テコの原理より、 $T \cdot j = P \cdot a$ が成り立つ。

T と C は、図2.1.10(e)のように、梁の上部が伸び、下部が縮むことで発生する。さらに、図2.1.10(f)のように黄色領域の右側でも梁を切断すると、この領域が釣り合うためには同じ大きさの引張・圧縮力が加わることがわかる*1。この引張・圧縮力が「梁の上

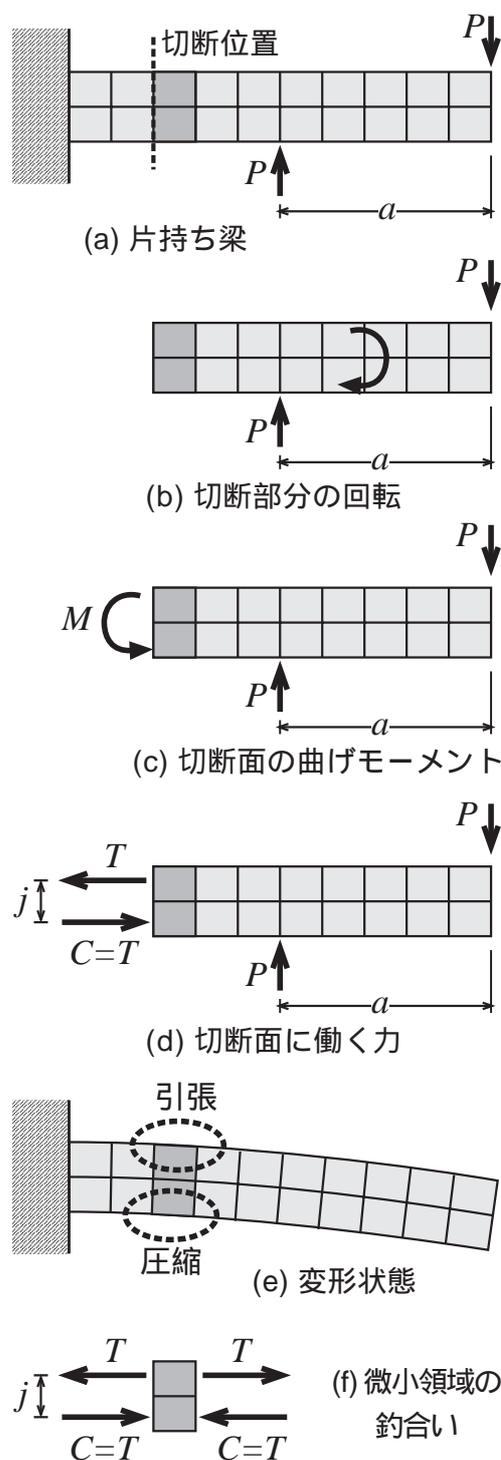


図 2.1.10 梁の切断と釣り合い

*1 厳密に言うと、梁の断面には図2.1.13(a)のように引張力・圧縮力が分布して発生する(詳しくは2-4節で学ぶ)。本節ではこれを図2.1.13(b)のように集中力で表示した。なお、ホームページではグリッドの横幅を 10 mm 、高さを 7.5 mm に設定している。したがって、梁の高さ(「梁せい」という) h は 15 mm である。引張・圧縮力の距離

j は、図2.1.13(a)の応力分布の重心間距離、すなわち $j = (2/3)h = 10 \text{ mm}$ となる。 $T \cdot j = P \cdot a$ に $P = 10 \text{ N}$ 、 $a = 50 \text{ mm}$ 、 $j = 10 \text{ mm}$ を代入すると、 $T = 500 \text{ N}$ となる。画面上で確認されたい。

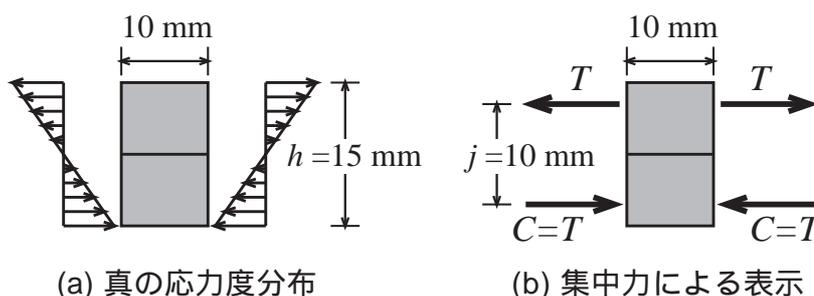


図 2.1.13 詳細領域の応力分布

部が伸び、下部が縮む」原因なのである（図 2.1.10(e) 参照）。図 2.1.6 の操作で荷重移動によって変形が進んだ理由も、距離 a が増大することで曲げモーメントが増えたからである。もう一度、画面上で下側の P の位置を変化させ、詳細領域に発生する力と変形が変化することを確認しよう。

(7) ここで、第 1 章に戻って、図 2.1.11(a) のようなトラスを考える。トラスの左端は壁に固定されており、図 2.1.11(b) のような片持ち梁と同様であることに注意されたい。このトラスを図 2.1.11(c) のように一点鎖線の位置で切断すれば、モーメントの釣合いより、上弦材に 50 N の引張力、下弦材に 50 N の圧縮力が

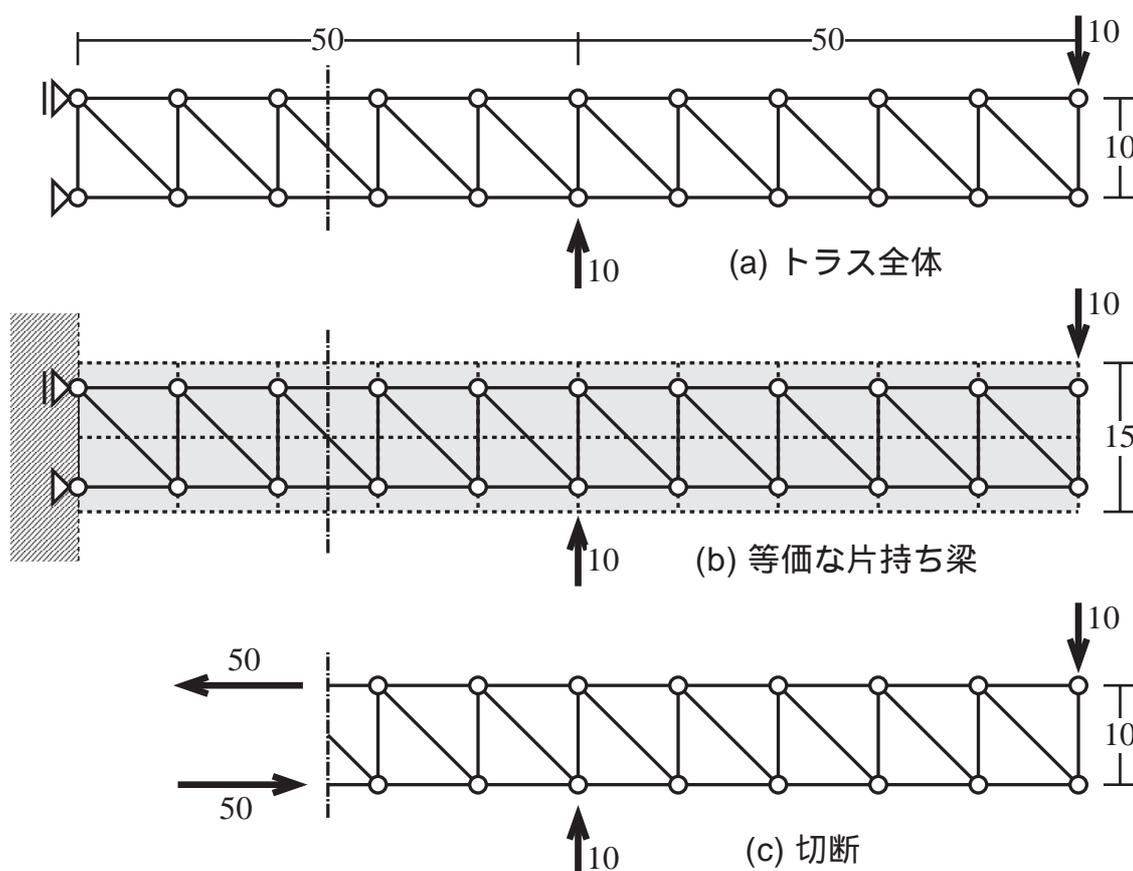


図 2.1.11 片持ち梁状のトラス

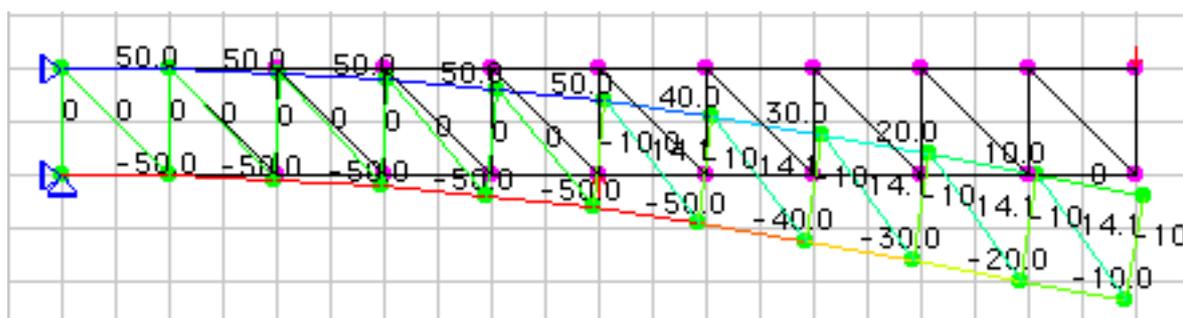


図 2.1.12 二次元トラス解析（部材の断面積を 20 に変更）

働くことがわかる。これは図 2.1.10 の釣合いと同一である。

「二次元トラス解析」ソフトを使って解析した例を図 2.1.12 に示す。ただし部材の断面積を 20 に変更している。トラスの変形も片持ち梁と同様になることがわかる。

実験 プラスチック定規を使って図 2.1.14 のような片持ち梁を作り，親指と小指で逆向きの力を加えてみよう。ただし，親指と小指の力を同じくらいにすることが重要。ホームページ上で実験したように，定規が下へたわむことが確認できる。

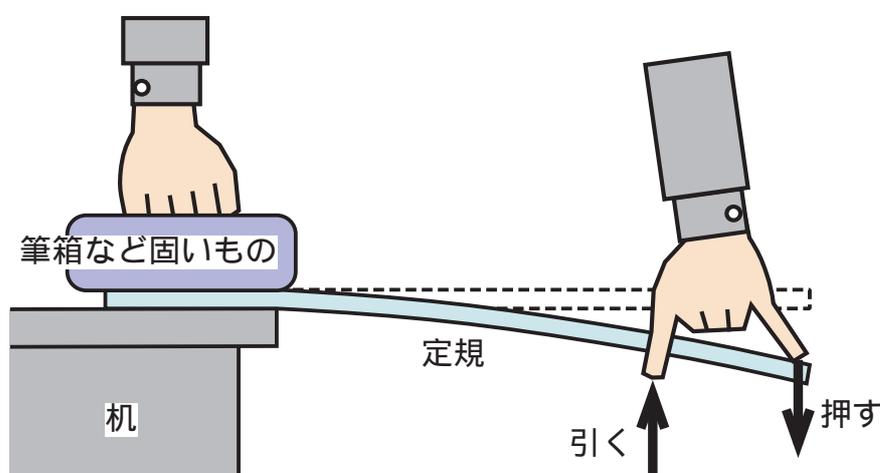


図 2.1.14 プラスチック定規による実験

例題 2.1.1 図 2.1.15(a)と(b)を比べると，黄色い領域での曲げモーメントはどちらが大きだろうか？ また，先端のたわみはどちらが大きだろうか？ ホームページで実験する前に想像してみよう。

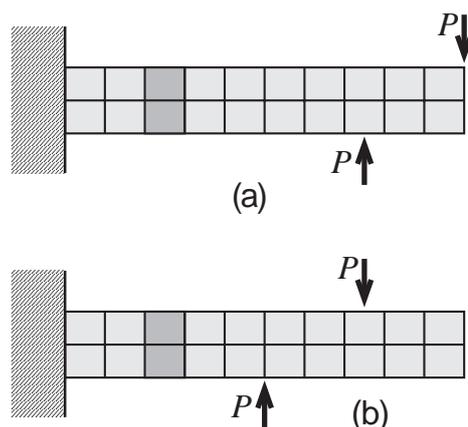
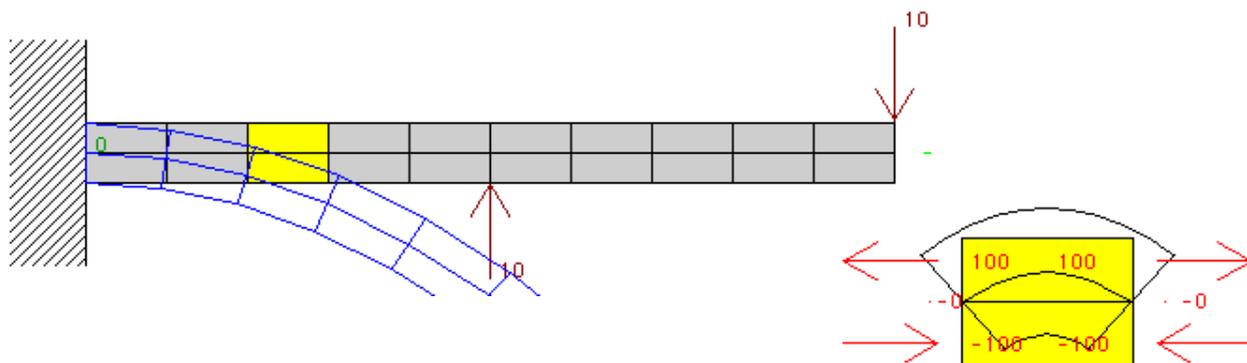


図 2.1.15 曲げモーメントの比較

解答：二つの P の間の距離が等しいため，どちらも同じ曲げモーメントになる。ただし (a) の方が曲がる領域が長いため，先端のたわみは (a) の方が大きくなる。

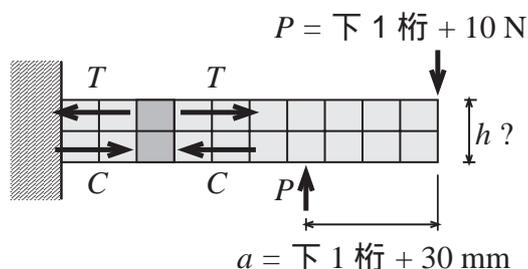
ソフトで演習：画面右下の「梁の詳細ボタンを押すと，下図のように，梁の幅やせいを表示した画面が現れる。ここで「せい」の値を7.5 mm に変更したあと，「更新」ボタンを押し，さらに主画面をクリックすると，下図のように梁の変形が大きくなる。これは，テコの原理， $T = P \cdot a / j$ により T と C が2倍の値，100 N になるためである (j を半分にすると T は2倍になる)。逆に，梁せいを2倍(30 mm)にすると T と C は半分の値，25 N になる。

梁の詳細	
梁の長さ	100 mm
幅	10 mm
せい	15 mm
ヤング係数	100 N/mm ²
断面二次モーメント	0.28125 x10 ⁴ r
<input type="button" value="決定"/> <input type="button" value="取消"/> <input type="button" value="更新"/>	

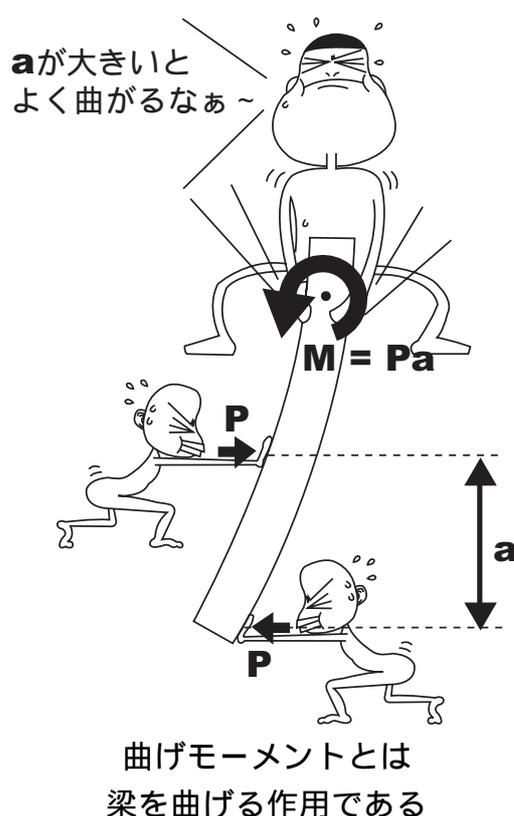


自分の梁を設計しよう (その1)

下図の梁で，荷重 P の大きさを学籍番号下1桁 + 10 N，距離 a を学籍番号下1桁 + 30 mm とする。梁の内部に生じる引張力と圧縮力 (T と C) を 50 N 以下にするためには，梁のせい h を何 mm 以上にすべきか？



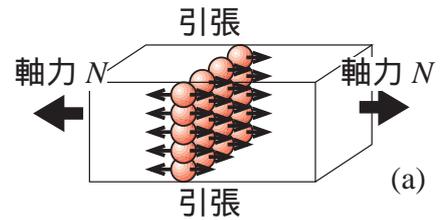
ヒント： $T \cdot j = P \cdot a$ および $j = (2/3) h$ を利用しなさい。答えが得られたら，ソフトを使って答えが正しいかどうか確認しよう。



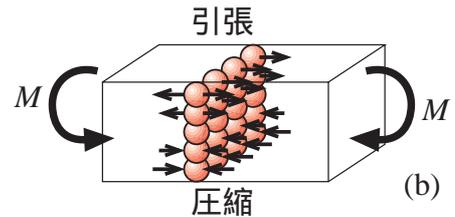
曲げモーメントと変形



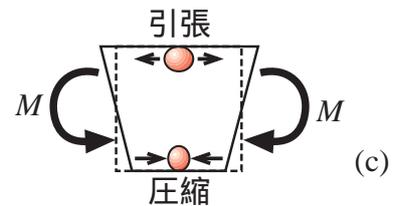
先生, 1章の説明で軸力は理解できたんですが, 曲げモーメントはイマイチです。引張軸力が加わると, 右図(a)みたいに, 内部の原子も引っ張られるんですよね。曲げモーメントが加わると, 内部の原子も曲がるんですか？



それは違います。曲げを受ける部材でも, 原子は引っ張られたり圧縮されたりするだけなのよ。右図(b)みたいにね。上の方が引っ張られて, 下の方が圧縮されてるでしょ。



でも, 引張と圧縮だけだったら, 右図(c)みたいに, 部材は台形状になるだけですよね。つまり, 部材は曲がらないのでは？



それは誤解だね。原子はすごく小さい。だから, 右図(d)みたいに部材をすごく薄くスライスして考えた方がよい。一個一個のスライスは台形でも, 全体としてみれば確かに曲がっているだろう。消しゴムを指で曲げて確かるといいよ。

